РЫБИНСКОЕ ОРДЕНА "ЗНАК ПОЧЕТА" УЧИЛИЩЕ ИМЕНИ В.И. КАЛАШНИКОВА-ФИЛИАЛ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ "ВОЛЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ВОДНОГО ТРАНСПОРТА

ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ЗАОЧНОЙ ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ТЕОРЕТИТЕЧКАЯ МЕХАНИКА»

РЫБИНСК
2026

1. ПРОГРАММА КУРСА «ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА»

1.1. Основы статики и ее аксиомы. Виды связей и их реакции. Понятие силы. Пара сил. Системы сил и их равновесие. Моменты сил. Условия равновесия сил. Центр тяжести тела.

1.2. Основные задачи науки сопротивления материалов. Растяжение-сжатие бруса. Метод сечений. Деформации. Закон Гука. Коэффициент Пуассона. Напряжения при одноосном растяжении. Характеристики и расчеты. Гипотеза плоских сечений. Определение допустимых напряжений. Коэффициент запаса прочности. Диаграмма растяжения. Расчеты на прочность. Изгиб. Определение опасного сечения при изгибе. Плоский изгиб прямолинейных балок. Поперечные силы и изгибающий момент. Определение напряжений в балке при плоском изгибе. Продольный изгиб. Построение эпюр изгибающих моментов. Напряжения кручения. Кручение прямолинейных стержней круглого поперечного сечения. Определение напряжений и деформаций при кручении. Моменты сопротивления кручению. Условие прочности. Расчеты на срез и смятие. Чистый сдвиг.

1.3. Основные понятия кинематики. Способы задания скорости и перемещения. Движения точек (вращательное и поступательное). Кинематика зубчатого зацепления. Способы передачи вращательного движения. Сложное движение точки. Мгновенный центр скоростей. Силы инерции. Работа. Мощность. Статическое и динамическое уравновешивание. Момент инерции некоторых тел (стержень, диск, цилиндр). Основные понятия: машина, механизм, звено (деталь), кинематическая цепь, кинематическая пара, кривошип, шатун, коромысло, ползун, кулиса, камень и стойка. Классификация кинематических пар. Кинематическая цепь и механизм. Классификация механизмов. Структурный анализ плоских и пространственных рычажных механизмов. Группы Ассура Л.В. Формула Чебышева П.Л. Формула Малышева А.П. для структурного анализа пространственных механизмов. Кинематический анализ плоских рычажных механизмов. Задачи кинематического анализа механизма. Планы скоростей и ускорений.

1.4. Понятия: машина, механизм, узел и деталь. Детали механизмов. Критерии работоспособности. Общие вопросы проектирования.

Механический привод. Характеристики привода. Выбор электродвигателя. Кинематический силовой расчет привода. Механические передачи и их параметры. Усилия в зацеплении. Проектирование механических передач. Основные понятия о системах автоматизированного проектирования. Вали и оси. Элементы конструкции валов. Проектировочный расчет валов. Нагрузки. Подшипники скольжения и качения. Выбор подшипников качения и их обозначения. Разъемные и неразъемные соединения. Резьбовые соединения. Расчет резьбовых соединений. Шпоночные соединения. Расчет шпоночных соединений на смятие и срез. Шлицевые соединения. Сварные соединения. Виды сварных соединений. Расчет сварных соединений на прочность. Заклепочные и паяные соединения; расчет на прочность. Основы взаимозаменяемости в технике. Система допусков и посадок.

2. ПЕРЕЧЕНЬ ТЕМ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ (осенний семестр)

2.1. Структурный, кинематический и силовой анализ плоских рычажных механизмов.

2.2. Расчет прочности и жесткости прямолинейного стержня круглого поперечного сечения при одновременном действии изгиба и кручения.

2.3. Построение эпюр напряжений растяжения (сжатия) при продольном осевом действии силы на стержень.

2.4. Расчет геометрических параметров поперечного сечения прямолинейного стержня при центральном растяжении в пределах пропорциональности свойств материала.

2.5. Расчёт двухопорной балки на изгиб при приложении к ней внешних сил и построение эпюр.

Контрольная работа (КР) считается законченной, а студент допускается к защите после её подписания руководителем. При защите КР студент кратко рассказывает о содержании задания, как оно реализовано в КР и отвечает на вопросы преподавателя или решает подобные задания в аудитории.

При оценке КР, прежде всего, учитывается самостоятельность её выполнения, а также полнота расчётной и качество графической частей, выполненных с соблюдением требований и рекомендаций ЕСКД стандарта Университета СТП 1.01-2002, СТП 1.02-2002 и методических рекомендаций.

3. РЕКОМЕНДАЦИИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ДИСЦИПЛИНЫ «ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА»

Освоение курса «Прикладная механика» базируется на знаниях, полученных студентами при изучении других дисциплин (математический анализ, линейная алгебра и геометрия, теория вероятностей и математическая статистика, общая физика, химия, материаловедение).

Дисциплина «Прикладная механика» предусматривает изучение важнейших разделов из учебных курсов: «Теоретическая механика», «Сопротивление материалов», «Теория механизмов и машин», «Детали машин и основы конструирования» и «Стандартизация и основы взаимозаменяемости». Изучение данной дисциплины осуществляется в ходе учебных занятий и консультаций в аудитории, а также самостоятельно. Учебным планом предусмотрено выполнение контрольных работ. Задание контрольной работы (номер и вариант) студент получает по указанию преподавателя из данных методических указаний. В соответствии с полученным заданием студент выполняет все расчеты, схемы, чертежи и составляет отчет по контрольной работе с титульным листом (Приложение А). Выполненную контрольную работу необходимо предоставить на проверку за месяц до сессии.

Изучение дисциплины рекомендуется производить последовательно в порядке перечисления разделов и тем рабочей программы. При этом рекомендуется вести свой краткий конспект с занесением в него основных понятий и определений, расчетных формул, схем, графиком, эскизных рисунков, вариантов конструкций деталей и узлов, соединений деталей.

4. СПИСОК КОНТОРОЛЬНЫХ ВОПРОСОВ (осенний семестр)

1. Основные понятия статики.
2. Системы сил и их равновесие.

3. Аксиомы статики.

4. Виды связей и их реакции.

5. Момент силы относительно центра. Пара сил. Момент пары сил. Центр тяжести тела.

6. Что такое прочность и жесткость? Что такое напряжение? Какие существуют напряжения?

7. Деформация тела. Основные участки диаграммы растяжения.

8. Продольная и поперечная деформация.

9. Осевое растяжение (или сжатие) тела. Нормальные напряжения. Построение эпюр нормальных напряжений.

10. Кручение круглых прямолинейных стержней. Напряжения кручения. Построение эпюр крутящих моментов.

11. Определение деформации при кручении, изгибе и сдвиге (срезе).

12. Кинематическая пара. В чем отличия высших и низших кинематических пар? Приведите примеры.

13. Классификация, виды механизмов и их особенности.

14. Кинематическая цепь. Как классифицируются кинематические цепи?

15. Определение степени подвижности плоского механизма.

16. Что такое механизм, как кинематическая цепь? В чем основное отличие входного и выходного звена механизма? Приведите примеры и дайте определения звеньям механизмов (кривошипно-ползунного, шарнирного четырёхзвенника, кулисного и кулачкового механизмов).

17. Способы задания скорости и перемещения. Способы передачи вращательного движения.

18. Вращательное и поступательное движения точек.

19. Кинематика зубчатого зацепления.

20. Сложное движение точки.

21. Мгновенный центр скорости.

22. Сложное движение точки. Мгновенный центр скоростей.

23. Силы инерции. Момент инерции стержня, диска и цилиндра.

24. Работа и мощность.

25. Статическое и динамическое уравновешивание.

26. Структурный анализ плоских и пространственных механизмов. Группы Ассура Л.В. Формула Чебышева П.Л. Формула Малышева А.П.

27. Что такое кинематика, в чем состоит кинематический анализ

механизма, его цель и задачи?

28. План положений механизма и графоаналитический метод в кинематическом исследовании? Приведите пример построения плана положения механизма.

29. Планы скоростей и ускорений характерных точек рычажного механизма.

30. Скорость точки звена механизма, совершающего сложное плоское движение.

5. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА (осенний семестр)

1. Аркуша А.И. Техническая механика: Теоретическая механика и сопротивление материалов. 3-е изд., испр. – М.: Высшая шк.; 1998 – 352 с.: ил.

2. Иосилевич Г. Б., Лебедев П.А., Стреляев. Прикладная механика: для студентов вузов. – М.: Машиностроение, 1985. – 576 с.

3. Сопротивление материалов: Учеб. пособие. – 3-е изд., перераб. и доп. / Н.А. Костенко, С.В. Балясникова, Ю.Э. Волошановская и др.; под. ред. Н.А. Костенко. – М.: Высш. шк.; 2007 – 488 с.: ил.

4. Левитская О.Н., Левитский Н.И. Курс теории механизмов и машин: Учеб. Пособие для мех. Спец. Вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая шк.; 1985 – 279 с.: ил.

5. СТП 1.01 – РГАТА имени П. А. Соловьева. Общие требования к оформлению учебных документов. Текстовые документы. – Введен 10.12.2002. – 29 с

СТП 1.02 – РГАТА имени П. А. Соловьева. Общие требования к оформлению учебных документов. Графические документы. – Введен 30.12.2002. – 39 с.

6. ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Задание № 1. Построить эпюры поперечной силы и изгибающего момента для двухопорной балки, нагруженной радиальной силой F и изгибающим моментом M (рис. 1). Вариант исходных данных определяется из табл. 1 по указанию преподавателя.

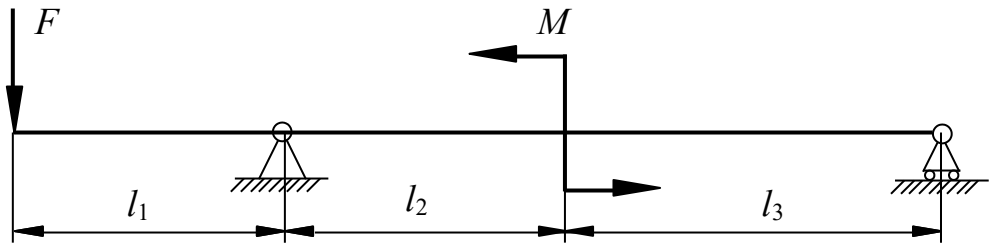


Рис. 1. Схема нагружения двухопорной балки

Задание № 2. Построить эпюры поперечной силы и изгибающего момента для двухопорной балки, нагруженной радиальной силой *F* и изгибающим моментом *M* (рис. 2). Вариант исходных данных определяется из табл. 1 по указанию преподавателя.

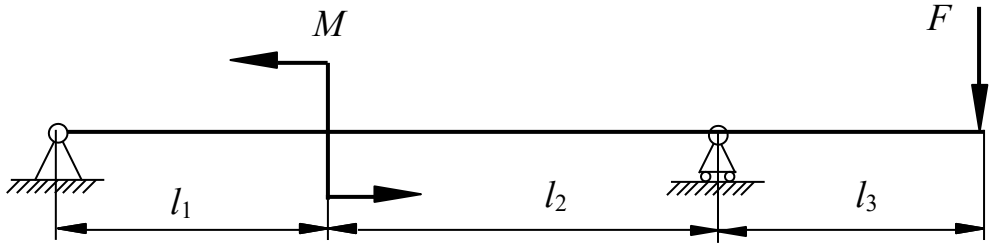


Рис. 2. Схема нагружения двухопорной балки

Задание № 3. Построить эпюры поперечной силы и изгибающего момента для двухопорной балки, нагруженной радиальной силой *F* и изгибающим моментом *M* (рис. 3). Вариант исходных данных определяется из табл. 1 по указанию преподавателя.

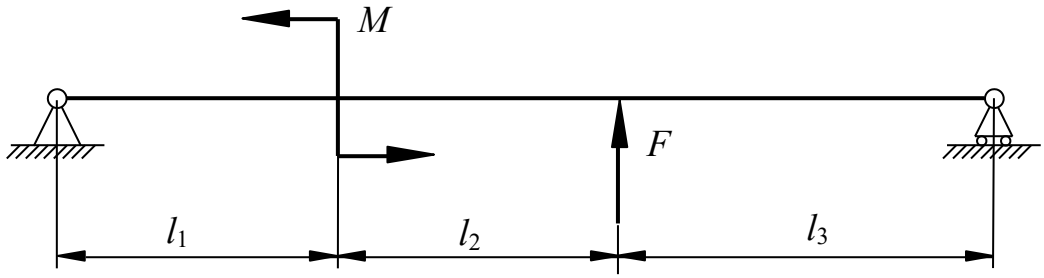


Рис. 3. Схема нагружения двухопорной балки

Таблица 1

Вариант	*F*, Н	*M*, Н·м	l_1, м	l_2, м	l_3, м
1	5 000	1 000	0,4	0,6	0,8
2	2 000	5 000	0,5	0,6	0,9
3	3 000	7 000	0,3	0,7	1,0
4	2 000	6 000	0,6	0,5	0,5

5	3 000	5 000	0,4	0,7	0,8
6	5 000	1 000	0,8	0,3	0,5
7	3 000	5 000	0,3	0,8	0,5
8	4 000	1 000	0,6	0,8	0,4
9	2 000	3 000	0,5	0,7	0,6
10	1 000	5 000	0,7	0,5	0,6
11	2 000	4 000	0,6	0,8	0,4
12	3 000	2 000	0,5	0,7	0,9
13	4 000	1 000	0,7	0,5	0,8
14	5 000	2 000	0,4	0,8	0,5
15	1 000	4 000	0,3	0,8	0,7
16	3 000	2 000	0,5	0,6	0,7
17	2 000	7 000	0,4	0,9	0,6
18	4 000	1 000	0,6	0,8	0,7
19	5 000	2 000	0,8	0,5	0,6
20	2 000	5 000	0,7	0,6	0,5

Задание № 4. Построить эпюры продольных усилий, распределения напряжений и полного удлинения стального ступенчатого стержня при заданной схеме приложенных к нему внешних сил без учёта сил тяжести (рис. 4). Вариант исходных данных определяется из табл. 2 по указанию преподавателя.

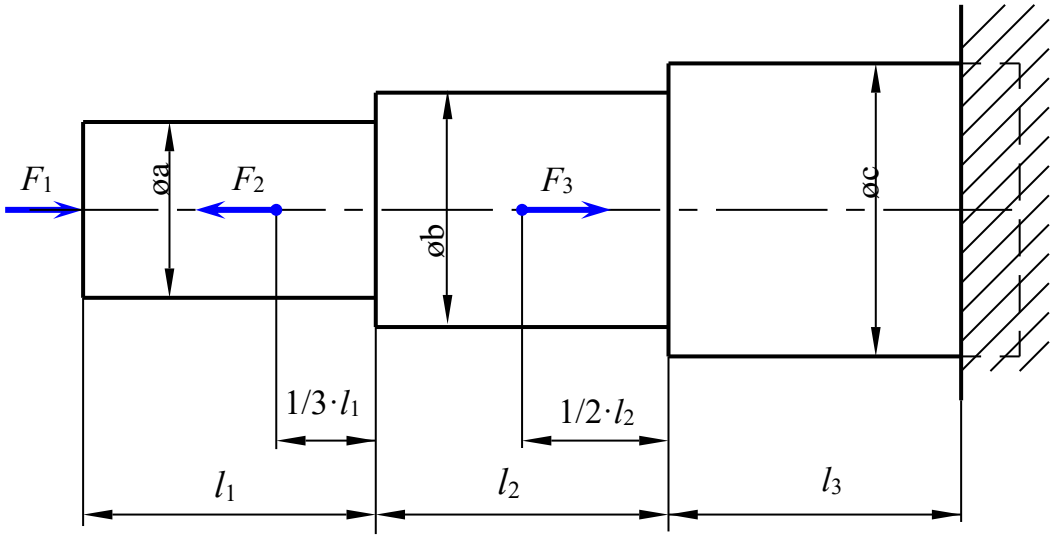


Рис. 4. Схема нагружения ступенчатого стержня

Задание № 5. Построить эпюры продольных усилий, распределения напряжений и полного удлинения стального ступенчатого стержня при заданной схеме приложенных к нему внешних сил без учёта сил тяжести (рис. 5). Вариант исходных данных определяется из табл. 2 по указанию преподавателя.

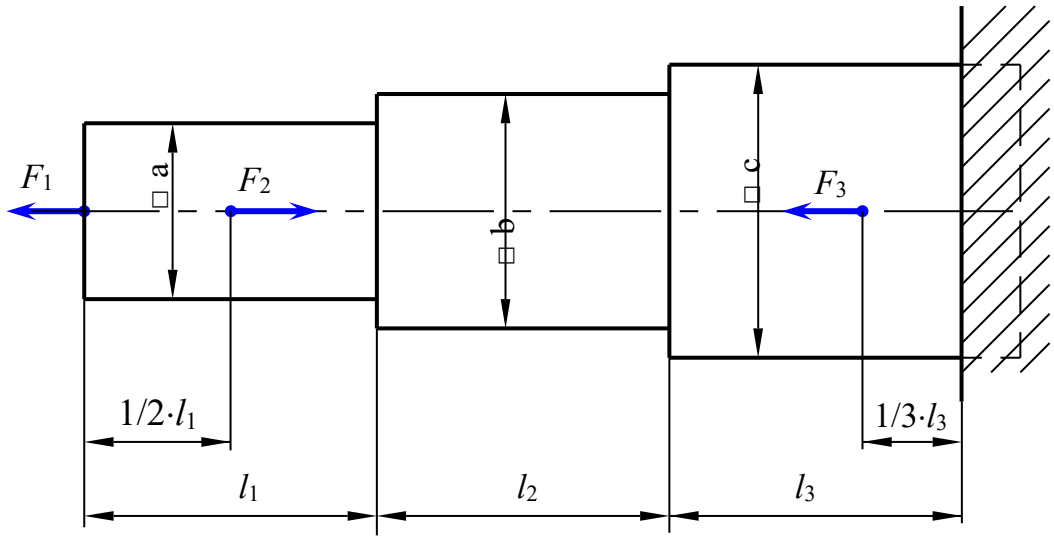


Рис. 5. Схема нагружения ступенчатого стержня

Задание № 6. Построить эпюры продольных усилий, распределения напряжений и полного удлинения стального ступенчатого стержня при заданной схеме приложенных к нему внешних сил без учёта сил тяжести (рис. 6). Вариант исходных данных определяется из табл. 2 по указанию преподавателя.

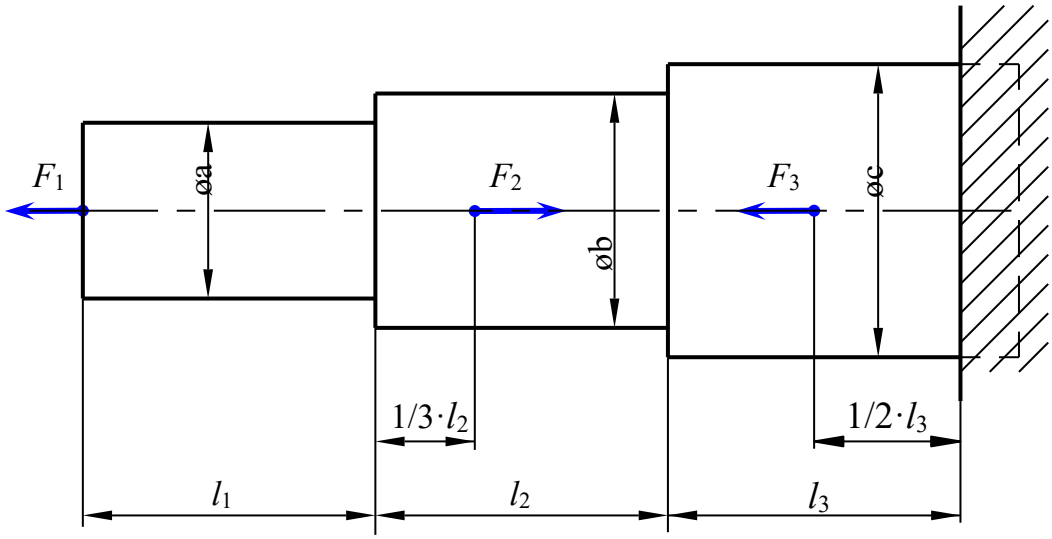


Рис. 6. Схема нагружения ступенчатого стержня

Таблица 2

Вариант	F_1, Н	F_2, Н	F_3, Н	a, мм	b, мм	c, мм	l_1, мм	l_2, мм	l_3, мм
1	5 000	8 000	10 000	20	50	70	100	120	150
2	8 000	3 000	11 000	30	60	20	110	130	140
3	9 000	2 000	6 000	50	30	70	120	140	100
4	12 000	4 000	7 000	40	50	70	130	100	110
5	3 000	13 000	5 000	60	20	40	140	110	130
6	8 000	10 000	6 000	70	40	50	150	120	100
7	3 000	11 000	5 000	50	60	20	100	130	150
8	2 000	6 000	13 000	40	60	30	110	140	130
9	4 000	7 000	15 000	30	70	50	120	150	110
10	13 000	5 000	3 000	60	20	40	130	100	150
11	6 000	5 000	15 000	20	50	70	140	110	130
12	5 000	8 000	12 000	60	20	50	150	120	100
13	13 000	9 000	3 000	50	70	30	100	130	150
14	15 000	12 000	3 000	40	70	50	110	140	130
15	3 000	7 000	15 000	30	60	40	120	100	140
16	5 000	6 000	13 000	70	50	30	130	110	150
17	8 000	17 000	6 000	50	20	70	140	120	110
18	9 000	7 000	5 000	40	60	30	150	130	100
19	11 000	3 000	13 000	60	30	50	130	140	110
20	7 000	4 000	15 000	30	70	40	120	150	100

Задание № 7. Для кривошипно-ползунного рычажного механизма (рис. 7) выполнить структурный анализ и построить план скоростей и ускорений для точек *A*, *B* и *C*. Вариант исходных данных определяется из табл. 3 по указанию преподавателя.

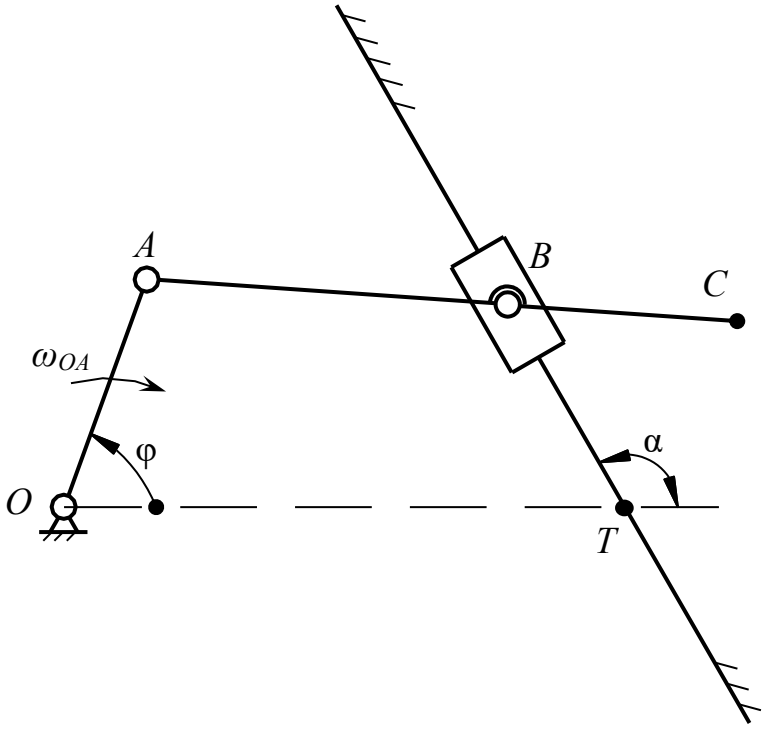


Рис. 7. Кривошипно-ползунный рычажный механизм

Задание № 8. Для кривошипно-ползунного рычажного механизма (рис. 8) выполнить структурный анализ и построить план скоростей и ускорений для точек *A*, *B* и *C*. Вариант исходных данных определяется из табл. 3 по указанию преподавателя.

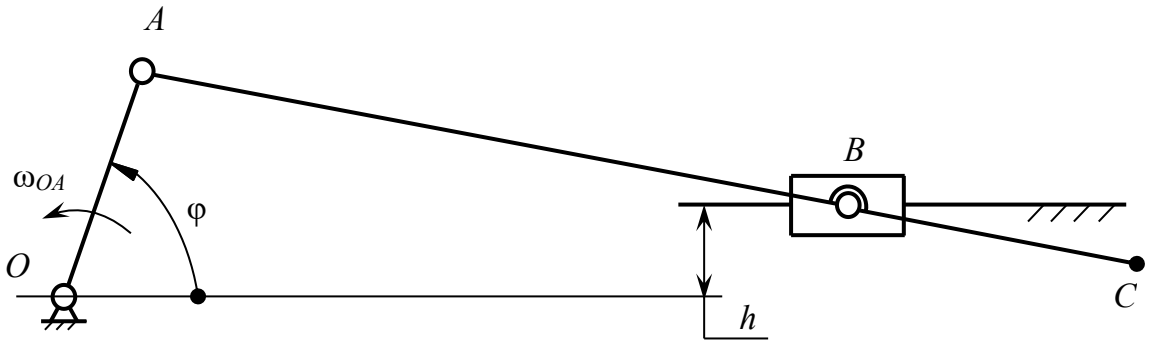


Рис. 8. Кривошипно-ползунный рычажный механизм

Задание № 9. Для кривошипно-ползунного рычажного механизма (рис. 9) выполнить структурный анализ и построить план скоростей и ускорений для точек *A*, *B* и *C*. Вариант исходных данных определяется из табл. 3 по указанию преподавателя.

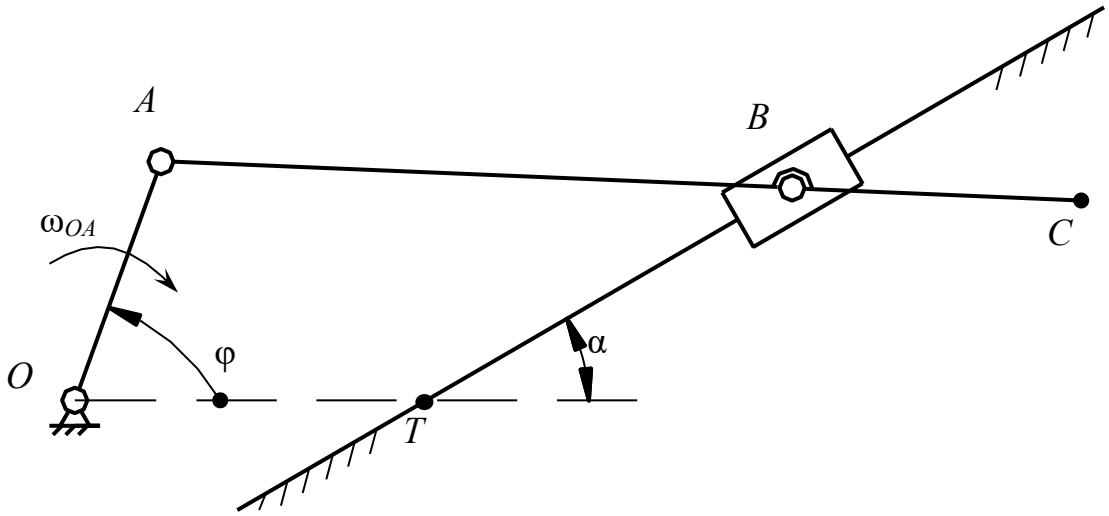


Рис. 9. Кривошипно-ползунный рычажный механизм

Таблица 3

Вариант	l_{OA}, м	l_{AB}, м	l_{BC}, м	l_{OT}, м	φ, °	ω_{OA}, $с^{-1}$	h, м	α, °	
								для задан. № 7	для задан. № 9
1	0,04	0,20	0,04	0,12	140	30	0,02	100	40
2	0,06	0,14	0,06	0,10	160	50	0,03	110	50
3	0,08	0,16	0,04	0,10	50	60	0,04	120	60
4	0,04	0,18	0,06	0,10	80	40	0,02	130	50
5	0,06	0,16	0,06	0,08	70	60	0,03	140	30
6	0,08	0,14	0,06	0,08	120	40	0,04	100	40
7	0,06	0,20	0,04	0,08	70	60	0,02	110	30
8	0,04	0,18	0,06	0,12	130	40	0,02	120	60
9	0,04	0,20	0,02	0,10	90	50	0,02	130	40
10	0,08	0,14	0,06	0,10	100	40	0,04	140	30
11	0,06	0,16	0,08	0,08	120	30	0,03	100	40
12	0,06	0,16	0,08	0,12	150	30	0,02	110	50
13	0,04	0,20	0,02	0,12	130	40	0,02	120	60
14	0,08	0,14	0,08	0,10	110	30	0,03	130	70
15	0,08	0,16	0,04	0,10	60	30	0,03	140	50
16	0,06	0,18	0,02	0,12	110	40	0,02	100	60
17	0,06	0,16	0,04	0,10	70	50	0,03	110	40
18	0,04	0,20	0,06	0,14	80	50	0,02	120	30
19	0,06	0,16	0,04	0,08	50	60	0,02	130	80
20	0,04	0,18	0,06	0,16	60	60	0,02	140	70

7. ПРИМЕРЫ ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

Пример 1. Построить эпюры продольных усилий, распределения напряжений и полного удлинения стального ступенчатого стержня круглого сечения при заданной схеме приложенных к нему внешних сил без учёта сил тяжести (рис. 10).

Исходные данные:

$F_1 = 10\ 000$ Н;	$d_1 = 40$ мм;	$l_1 = 200$ мм;
$F_2 = 5\ 000$ Н;	$d_2 = 60$ мм;	$l_2 = 200$ мм;
$F_3 = 20\ 000$ Н;	$d_3 = 30$ мм;	$l_3 = 200$ мм;

$E = 2{,}1 \cdot 10^5$ МПа.

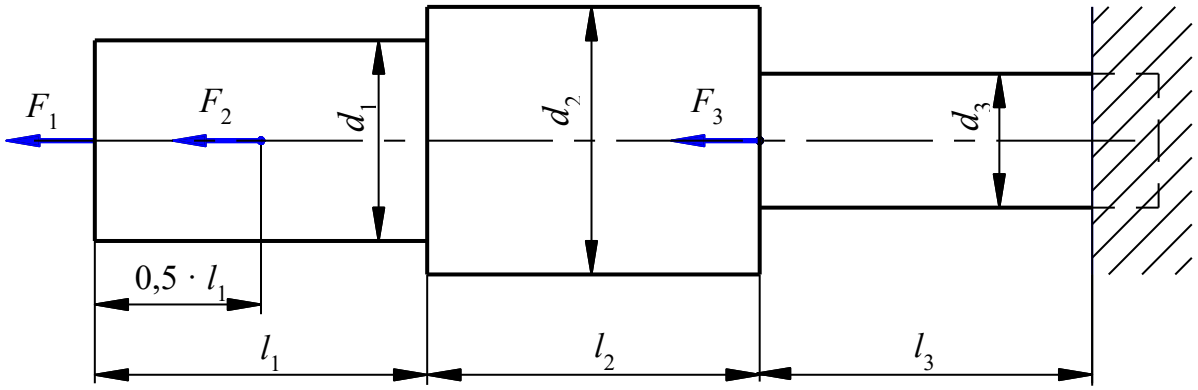


Рис. 10. Схема нагружения ступенчатого стержня круглого сечения

Порядок выполнения:

1. Для выполнения данного задания необходимо определить расчетные участки стержня (рис. 11, *а*): *a–a*, *b–b*, *c–c*, *d–d*, *e–e*

2. Определяем продольные усилия в сечениях стержня (в данном примере знак продольных усилий положительный, так как все внешние силы, приложенные к рассматриваемым сечениям, направлены на растяжение стержня. При действии сил, направленных на сжатие стержня продольные усилия в сечениях стержня будут отрицательными).

$$N_{a\text{-}a} = F_1 = 10\ 000 \text{ Н};$$

$$N_{b\text{-}b} = F_1 + F_2 = 10\ 000 + 5\ 000 = 15\ 000 \text{ Н};$$

$$N_{c\text{-}c} = F_1 + F_2 = 10\ 000 + 5\ 000 = 15\ 000 \text{ Н};$$

$$N_{d\text{-}d} = F_1 + F_2 + F_3 = 10\ 000 + 5\ 000 + 20\ 000 = 35\ 000 \text{ Н};$$

3. Строим эпюру продольных усилий в сечениях стержня по рассчитанным значениям с учетом знака (рис. 11, *б*).

4. Для построения эпюры распределения напряжений по длине сечения необходимо определить нормальные напряжения в каждом сечении стержня:

$$\sigma = \frac{N}{A},$$

где N – продольное усилие, возникающее в поперечном сечении стержня, Н; A – площадь поперечного сечения стержня, мм^2.

5. Определяем площади поперечных сечений стержня на заданных участках:

$$\mathrm{A}_1 = \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 40^2}{4} = 1256 \text{ мм}^2; \quad \mathrm{A}_2 = \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 60^2}{4} = 2826 \text{ мм}^2;$$

$$\mathrm{A}_3 = \frac{\pi \cdot d_3^2}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 30^2}{4} = 706 \text{ мм}^2.$$

6. Определяем нормальные напряжения в характерных участках стержня (согласно рис. 11, *а*):

$$\sigma_{a-a} = \frac{N_1}{\mathrm{A}_1} = \frac{10000}{1256} = 8 \text{ МПа}; \qquad \sigma_{b-b} = \frac{N_2}{\mathrm{A}_1} = \frac{15000}{1256} = 12 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{c-c} = \frac{N_1}{\mathrm{A}_2} = \frac{15000}{2826} = 5{,}3 \text{ МПа}; \qquad \sigma_{d-d} = \frac{N_3}{\mathrm{A}_3} = \frac{35000}{706} = 49{,}6 \text{ МПа}.$$

По результатам расчетов нормальных напряжений σ_i в поперечных сечениях стержня строим эпюру этих напряжений по всей длине стержня с учетом знака (рис. 11, *в*). В данном примере знак нормальных напряжений по длине стержня положительный, так как все внешние силы, приложенные к рассматриваемым сечениям стержня, направлены в сторону от сечения стержня. Стержень под действием этих сил растянут. При действии сил, направленных к сечению стержня, стержень будет сжат, тогда нормальные напряжения в сечениях стержня будут отрицательными.

7. Для определения полного удлинения стержня необходимо определить удлинения каждого участка стержня по формуле:

$$\Delta l_i = \frac{\sigma_i \cdot l_i}{E},$$

где σ_i – нормальные напряжения, МПа;

l – длина участка стержня, мм;

E – модуль упругости материала стержня, для стали $E = 2{,}1 \cdot 10^5$ МПа;

i – количество ступеней стержня, $i = 1...n$:

сечение $d - d$:

$$\Delta l_{d-d} = \frac{\sigma_{d-d} \cdot l_3}{E} = \frac{49{,}6 \cdot 200}{2{,}1 \cdot 10^5} = 0{,}047 \text{ мм};$$

сечение $c - c$:

$$\Delta l_{c-c} = \frac{\sigma_{c-c} \cdot l_2}{E} = \frac{5{,}3 \cdot 200}{2{,}1 \cdot 10^5} = 0{,}005 \text{ мм};$$

сечение $b - b$:

$$\Delta l_{b-b} = \frac{\sigma_{b-b} \cdot 0{,}5 \cdot l_1}{E} = \frac{12 \cdot 0{,}5 \cdot 200}{2{,}1 \cdot 10^5} = 0{,}0057 \text{ мм};$$

сечение $a - a$:

$$\Delta l_{a-a} = \frac{\sigma_{a-a} \cdot 0{,}5 \cdot l_1}{E} = \frac{8 \cdot 0{,}5 \cdot 200}{2{,}1 \cdot 10^5} = 0{,}0038 \text{ мм}.$$

8. Далее строим эпюру перемещений выше указанных сечений.

Перемещение сечения $e - e$ в заделке равно нулю, то есть $\lambda_{e\text{-}e} = 0$ (рис. 11, *г*).

Перемещение сечения $d - d$ равно удлинению 3-ей ступени стержня, то есть

$$\lambda_{d\text{-}d} = \Delta l_{d\text{-}d} = 0{,}047 \text{ мм}.$$

Перемещение сечения $c - c$ будет равно сумме удлинения второй и третьей ступеней стержня

$$\lambda_{c\text{-}c} = \Delta l_{d\text{-}d} + \Delta l_{c\text{-}c} = 0{,}047 + 0{,}005 = 0{,}052 \text{ мм}.$$

Перемещение сечения $b - b$ будет равно сумме удлинений третьей, второй и половине первой ступени стержня

$$\lambda_{b\text{-}b} = \Delta l_{d\text{-}d} + \Delta l_{c\text{-}c} + \Delta l_{b\text{-}b} = 0{,}047 + 0{,}005 + 0{,}0057 = 0{,}058 \text{ мм}.$$

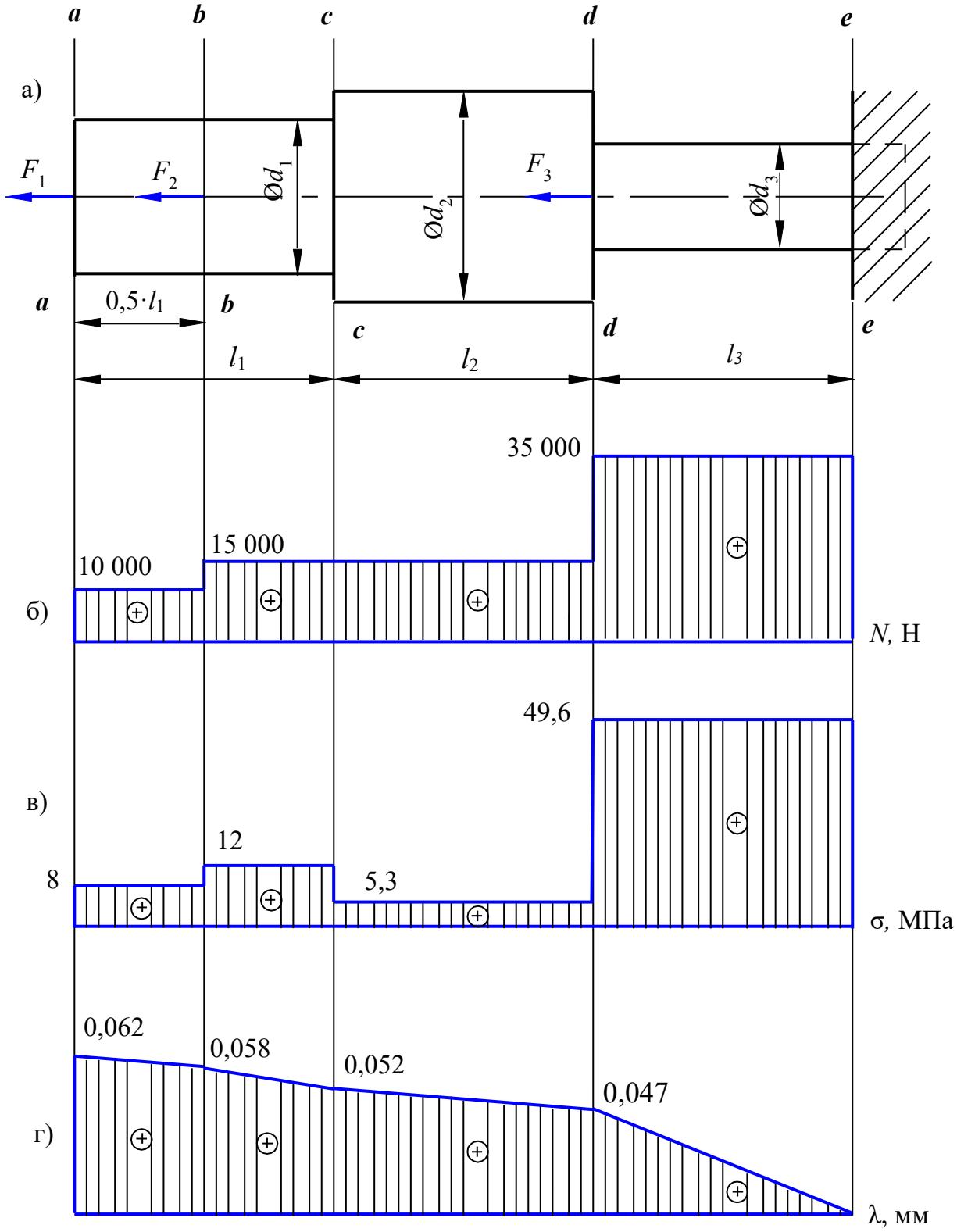


Рис. 11. Эпюры трехступенчатого стержня

Перемещение сечения $a - a$ будет равно сумме всех трех ступеней или полному удлинению стержня Δl

$$\lambda_{a\text{-}a} = \Delta l_{d\text{-}d} + \Delta l_{c\text{-}c} + \Delta l_{b\text{-}b} + \Delta l_{a\text{-}a} = 0{,}047 + 0{,}005 + 0{,}0057 + 0{,}0038 = 0{,}062 \text{ мм}.$$

Соединив прямыми координаты, изображающие перемещения рассмотренных сечений, получим эпюру перемещению по всей длине стержня (рис. 11, *г*). Данный трехступенчатый стержень с учетом приложенных сил удлинится на 0,062 мм.

Пример 2. Построить эпюры поперечной силы и изгибающего момента для двухопорной балки, нагруженной радиальной силой F и изгибающим моментом M (рис. 12) при следующих исходных данных: F = 1 500 Н, M = 2 000 Н·м, l_1 = 0,5 м, l_2 = 0,7 м, l_3 = 1,0 м.

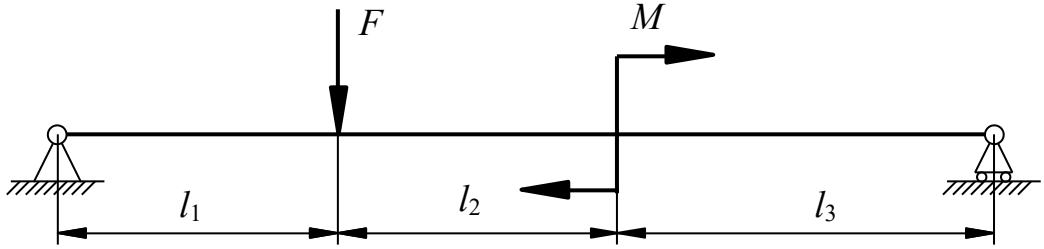


Рис. 12. Схема нагружения двухопорной балки

Порядок выполнения:

1. Обозначим левую шарнирно-неподвижную опору «*A*», а правую шарнирно-подвижную – «*B*». Направим реакции опор вверх и обозначим их R_A и R_B (рис. 13, *а*).

При этом условимся, что момент сил, изгибающий ось балки выпуклостью вниз (момент направлен по часовой стрелке), будет иметь знак «плюс», а момент, изгибающий ось балки выпуклостью вверх (момент направлен против часовой стрелки) – знак «минус».

2. Определяем численные значения реакции R_A и R_B опор балки. Для этого запишем уравнение моментов сил относительно точки B (рис. 13, *а*).

$$\sum M_B = 0. \qquad R_A \cdot (l_1 + l_2 + l_3) - F \cdot\cdot (l_2 + l_3) + M = 0.$$

Из уравнения моментов $\sum M_B$ находим реакцию опоры R_A

$$R_A = \frac{F \cdot (l_2 + l_3) - M}{l_1 + l_2 + l_3} = \frac{1500 \cdot (0{,}7 + 1{,}0) - 2000}{0{,}5 + 0{,}7 + 1{,}0} = 250 \text{ Н}.$$

Находим реакцию R_B в опоре A

$$\sum M_A = 0. \qquad -R_B \cdot (l_1 + l_2 + l_3) + M + F \cdot l_1 = 0,$$

$$R_B = \frac{F \cdot l_1 + M}{l_1 + l_2 + l_3} = \frac{1500 \cdot 0{,}5 + 2000}{0{,}5 + 0{,}7 + 1{,}0} = 1250 \text{ Н}.$$

Для проверки правильности найденных значений реакций опор R_A и R_B запишем уравнение проекции сил (с учетом знака) в вертикальной плоскости y

$$\sum F_y = 0. \qquad R_A - F + R_B = 250 - 1\ 500 + 1\ 250 = 0 - \text{верно}.$$

3. Определяем поперечные силы в сечениях балки. Балка имеет три участка: I – от опоры A до силы F, II – от силы F до изгибающего момента M и III – от изгибающего момента M до опоры B (рис. 13, *а*). Мысленно рассекаем балку на участке I и, отбрасывая часть балки правее сечения, находим поперечную силу $Q_{y\text{I}}$

$$Q_{y\text{I}} = R_A = 250 \text{ Н}.$$

Рассекаем балку на участке II и, отбрасывая часть балки правее сечения, находим поперечную силу $Q_{y\text{II}}$

$$Q_{y\text{II}} = R_A - F = 250 - 1\ 500 = -1\ 250 \text{ Н}.$$

Рассекаем балку на участке III и, отбрасывая часть балки правее сечения, находим поперечную силу $Q_{y\text{III}}$

$$Q_{y\text{III}} = R_A - F = 250 - 1\ 500 = -1\ 250 \text{ Н}.$$

Строим эпюру поперечных сил в сечениях I, II и III с учетом знака (рис. 13, *б*)

4. Находим изгибающие моменты в сечениях балки:

$$M_{x\text{I}} = R_A \cdot l_1 = 250 \cdot 0{,}5 = 125 \text{ Н·м}.$$

$$M_{x\text{II}} = R_A \cdot (l_1 + l_2) - F \cdot l_2 = 250 \cdot (0{,}5 + 0{,}7) - 1\ 500 \cdot 0{,}7 = -750 \text{ Н·м}.$$

На эпюре в сечении приложения изгибающего момента всегда образуется «скачок», для этого необходимо определить значение эпюры непосредственно в месте приложения изгибающего момента M

$$M_x'_{II} = R_A \cdot (l_1 + l_2) - F \cdot l_2 + M = 250 \cdot (0{,}5+0{,}7) - 1500 \cdot 0{,}7 + 2000 = -1250 \text{ Н·м}.$$

$$M_{xIII} = R_A \cdot (l_1+l_2+l_3) - F \cdot (l_2+l_3) + M = 250 \cdot (0{,}5+0{,}7+1{,}0) - 1500 \cdot (0{,}7+1{,}0) + 2000 = 0.$$

Строим эпюру изгибающих моментов в сечениях балки (рис. 13, *в*).

5. Из построенных эпюр Q_y и M_x (рис. 13, *б* и *в*) следует, что на каждом из участков балки поперечная сила постоянна, а изгибающий момент изменяется по линейному закону. На участке I балки, где $Q_{yI} > 0$, изгибающий момент M_x возрастает, а на участках II и III, где $Q_y < 0$ эпюра изгибающих моментов M_x убывает.

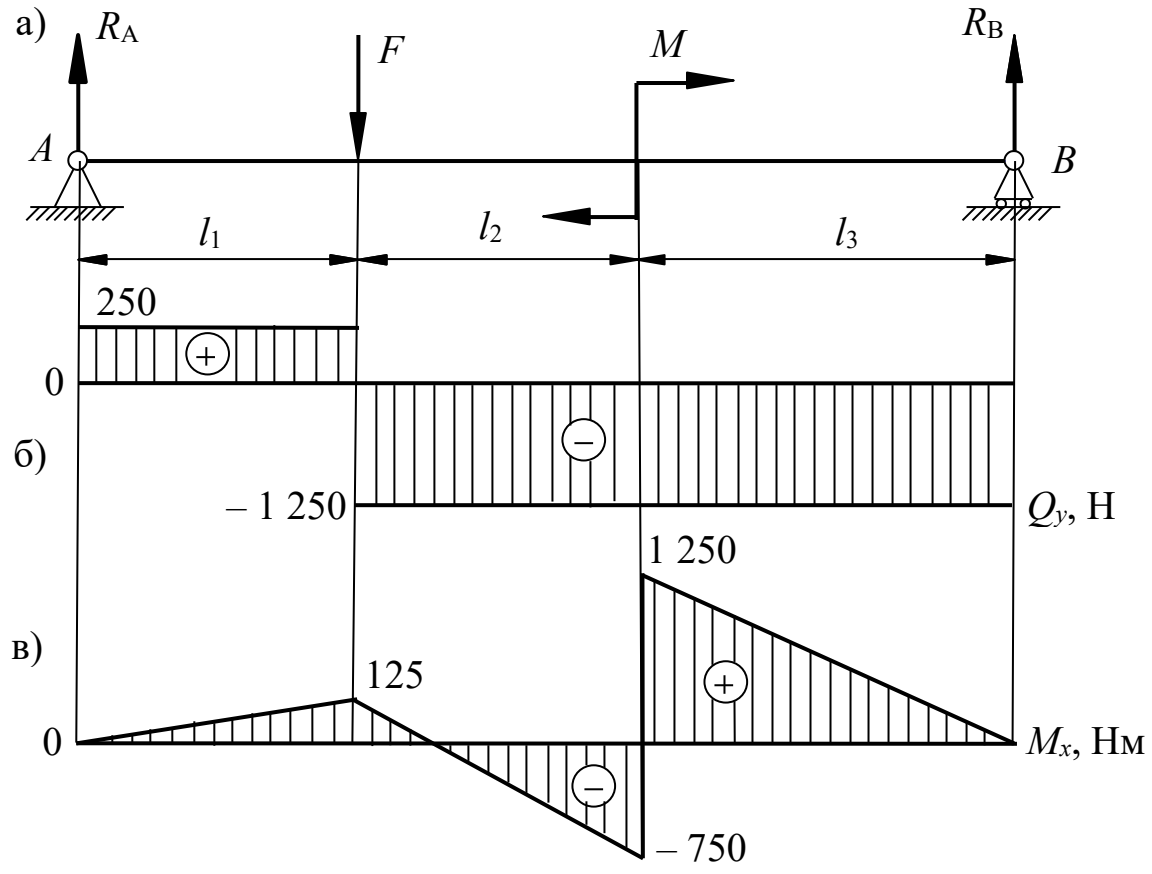


Рис. 13. Эпюры поперечной силы и изгибающих моментов для двухопорной балки

Пример 3. Выполнить структурный анализ и построить план скоростей и ускорений для точек *A*, *B* и *C* кривошипно-ползунного механизма (рис. 14) при следующих исходных данных: l_{OA} = 0,04 м; l_{AB} = 0,13 м; l_{BC} = 0,06 м; угловая скорость ведущего звена 1 постоянна и равна $\omega_1 = 50$ с$^{-1}$; угол $\varphi = 60°$.

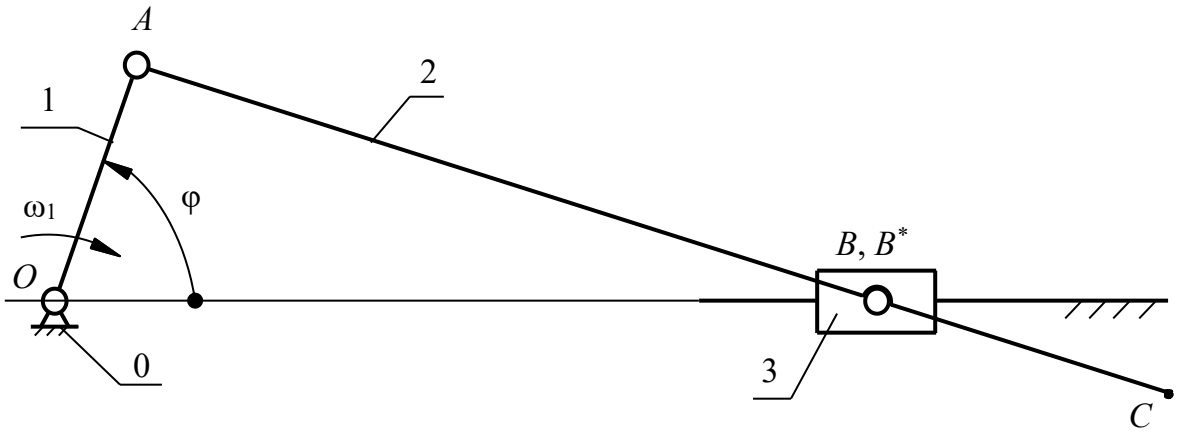


Рис. 14. Кривошипно-ползунный механизм:
0 – стойка, 1 – кривошип, 2 – шатун, 3 – ползун

Порядок выполнения

1. Построение плана механизма

План механизма строим в масштабе, при этом кривошип *OA* располагаем под заданным углом $\varphi = 60°$ к линии центров. Устанавливаем масштабный коэффициент равным μ_l = 0,002 м/мм.

Тогда длины звеньев механизма для принятого масштаба будут равны:

$$OA = l_{OA} / \mu_l = 0{,}04 / 0{,}002 = 20 \text{ мм};$$

$$AB = l_{AB} / \mu_l = 0{,}13 / 0{,}002 = 65 \text{ мм};$$

$$BC = l_{BC} / \mu_l = 0{,}06 / 0{,}002 = 30 \text{ мм}.$$

Последовательность вычерчивания схемы механизма в масштабе выполняем по методу «засечек» и таким образом определяем положения шарниров *A*, *B* и *D* при заданном угле $\varphi = 60°$ (рис. 15, *а*).

2. Определение скоростей характерных точек механизма

Для построения плана скоростей определяем скорость точки *A*, принадлежащей ведущему звену *OA*

$$v_A = \omega_1 \cdot l_{OA} = 60 \cdot 0{,}04 = 2{,}0 \text{ м/с}.$$

Для построения плана скоростей необходимо задаться масштабным коэффициентом μ_v

$$\mu_v = \frac{v_{OA}}{\overrightarrow{pa}}$$

где $\overrightarrow{pa}$ – длина вектора окружной скорости ведущего звена *OA* на плане скоростей (рис. 15, *б*).

Пусть длина вектора *pa* = 50 мм. Тогда

$$\mu_v = 2{,}0 / 50 = 0{,}04 \text{ (м/с)/мм}.$$

Из произвольной точки *p* (полюса) проводим вектор *pa* длиной 50 мм, перпендикулярно кривошипу *OA* (рис. 15, *б*) в сторону его вращения (по часовой стрелке).

Абсолютную скорость точки *B* ползуна находим из решения векторного уравнения

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}. \qquad (1)$$

В уравнении (1) вектор скорости точки *A* известен по величине и направлению. Векторы относительной скорости $\vec{v}_{AB}$ и абсолютной скорости $\vec{v}_B$ точки *B* известны только по направлению: $\vec{v}_{AB} \perp AB$, $\vec{v}_B \| OB$. *OB* – направляющая движения ползуна.

Для графического решения векторного уравнения (1) из точки *a* плана скоростей проводим линию действия вектора относительной скорости $\vec{v}_{AB}$, перпендикулярно шатуну *AB*, а из полюса (точки *p*) – линию направления скорости $\vec{v}_B$ параллельно направляющей *OB*. Точка пересечения вышеуказанных отрезков прямых линий (точка *b*) определит на плане скоростей (рис. 15, *б*) длины векторов: $pb = v_B = 50$ мм и $ab = v_{BA} = 26$ мм.

Находим абсолютные значения скоростей v_B и v_{BA}:

$$v_B = \left| \overrightarrow{pb} \right| \cdot \mu_v = 50 \cdot 0{,}04 = 2{,}0 \text{ м/с};$$

$$v_{BA} = \left| \overrightarrow{ab} \right| \cdot \mu_v = 26 \cdot 0{,}04 = 1{,}04 \text{ м/с}.$$

Определяем угловую скорость ω_2 шатуна *AB*

$$\omega_2 = v_{AB} / l_{AB} = 1,\ 04 / 0{,}13 = 8{,}0 \text{ с}^{-1}.$$

Угловая скорость ползуна B $\omega_3 = 0$, так как он совершает возвратно-поступательное движение вдоль направляющей.

Для определения скорости точки C принадлежащей шатуну AB, воспользуемся теоремой подобия

$$l_{AB} / l_{BC} = ab / bc ,$$

где ab и bc – длины отрезков на плане скоростей (рис. 15, *б*).

Из последнего соотношения находим длину отрезка bc

$$bc = (l_{BC} \cdot ab) / l_{AB} = (0{,}06 \cdot 26) / 0{,}13 = 12 \text{ мм}.$$

Откладываем длину отрезка $\overrightarrow{bc} = 12$ мм от точки b на продолжении отрезка ab. Полученную точку d соединяем с полюсом p плана скоростей (рис. 15, *б*). Длина вектора $\overrightarrow{pc} = 54{,}5$ мм в масштабе плана скоростей соответствует скорости v_C точки C принадлежащей шатуну AB.

Находим абсолютное значение скорости v_C

$$v_C = \left| \overrightarrow{pc} \right| \cdot \mu_v = 54{,}5 \cdot 0{,}04 = 2{,}18 \text{ м/с}.$$

Направление угловой скорости ω_2 шатуна AB определим следующим образом. Перенесем мысленно вектор относительной скорости $\vec{v}_{BA}$ на плане механизма (рис. 15, *а*) в точку B и определим, в какую сторону будет при этом вращаться звено AB относительно точки A, как мгновенного центра вращения шатуна. В нашем случае – против часовой стрелки. Показываем на плане механизма направление ω_2.

3. Определение ускорений характерных точек механизма

Так как ведущий кривошип вращается с постоянной угловой скоростью $\omega_1 = 50$ с$^{-1}$, то абсолютное ускорение точки A равно ее нормальной составляющей

$$a_A = a_A^n = \omega_1^2 \cdot l_{OA} = 50^2 \cdot 0{,}04 = 100_{\text{м/с}^2}.$$

Определяем масштабный коэффициент для построения плана ускорений. Выберем длину вектора πa ускорения точки A равной $\overrightarrow{\pi a} = 50$ мм. Тогда масштабный коэффициент μ_a будет равен

$$\mu_a = \frac{a_A}{\overline{\pi a}} = \frac{100}{50} = 2{,}0 \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}} .$$

Проводим из полюса π плана ускорений вектор (рис. 15, *в*) $\overline{\pi a} = 50$ мм, изображающий в масштабе a_A^n. Направление нормального ускорения a_A^n направлено от точки *A* к точке *O*, параллельно звену *OA* (рис. 15, *в*).

Точку *A*, принадлежащую звену *AB*, рассматриваем как центр вращения шатуна. Тогда абсолютное ускорение точки *B* будет равно

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^t . \qquad (2)$$

где a_{BA}^n – нормальная составляющая ускорения звена *AB*; a_{BA}^t – тангенциальная составляющая ускорения звена *AB*.

В этом уравнении известны: величина и направление ускорения $\vec{a}_A$ точки *A*, а также можно найти величину нормальной составляющей ускорения $\vec{a}_{BA}^n$.

$$a_{BA}^n = \frac{v_{BA}^2}{l_{AB}} = \omega_2^2 \cdot l_{AB} = 8^2 \cdot 0{,}13 = 8{,}3 \text{ м/с}^2 .$$

Вектор a_{BA}^n направлен от точки *B* к точке *A* (центру вращения звена *AB*). В масштабе плана ускорений длина вектора n_{ba} будет равна

$$n_{ba} = a_{BA}^n / \mu_a = 8{,}3 / 2{,}0 \approx 4 \text{ мм}.$$

В векторном уравнении (2) также известны: направление действия тангенциальной составляющей ускорения a_{BA}^t (перпендикулярно звену *AB*) и направление абсолютного ускорения точки *B*, принадлежащей ползуну (вдоль направляющей ползуна, параллельно *OB*).

Графическое решение векторного уравнения (2) производим в следующей последовательности (рис. 15, *в*):

– из точки *a* проводим вектор $\overrightarrow{n_{ba}} = 4$ мм нормальной составляющей ускорения $a^n{}_{BA}$ (в выбранном масштабе μ_a). Вектор n_{ba} должен быть направлен от точки *B* к точке *A*, параллельно звену *AB*;

– из конца вектора (точка n_{ba}) проводим перпендикулярную линию, вдоль которой будет направлен вектор тангенциальной составляющей ускорения a_{BA}^t;

– из полюса (точка π) проводим горизонтальную прямую (направляющую ползуна *OB*), вдоль которой направлен вектор ускорения точки *B* ползуна. В точке пересечения с линией a^t_{BA} находим искомый вектор скорости (точка *b)*;

– измеряем на плане ускорений длины отрезков $\overrightarrow{\pi b}$ = 17,5 мм и $\overrightarrow{n_{ba}b}$ = 44 мм, изображающие в масштабе ускорения a_B и a^{τ}_{BA};

– определяем фактические значения ускорений a_B и a^{τ}_{BA}:

$$a_B = \left| \overrightarrow{\pi b} \right| \cdot \mu_a = 17{,}5 \cdot 2{,}0 = 35{,}0 \text{ м/с}^2;$$

$$a^{\tau}_{BA} = \left| \overrightarrow{n_{ba}b} \right| \cdot \mu_a = 44 \cdot 2{,}0 = 88 \text{ м/с}^2.$$

– определяем угловое ускорение ε_2 звена *AB*

$$\varepsilon_2 = \left| \overrightarrow{a^t_{BA}} \right| / l_{AB} = 88 / 0{,}13 = 677 \text{ с}^{-2}.$$

Для простановки направления ε_2 на плане механизма необходимо мысленно перенести вектор *($n_{ba}b$)* ускорения a^t_{BA} (рис. 15, *в*) на план механизма (рис. 15, *а*) в точку *B* и определить, в какую сторону будет при этом вращаться звено *AB* относительно точки *A* (как мгновенного центра вращения шатуна). В данном случае – против часовой стрелки. Показываем на плане механизма направление ε_2 (рис. 15, *а*).

Для определения ускорения точки *C*, принадлежащей шатуну *AB*, воспользуемся теоремой подобия

$$l_{AB} / l_{BC} = ab / bc \ ,$$

где *ab* и *bc* – длины отрезков на плане ускорений (рис. 15, *в*).

Измеряем на плане ускорений (рис. 15, *в*) длину отрезка $\overrightarrow{ab}$ = 44 мм.

Из последнего соотношения находим длину отрезка *bc*

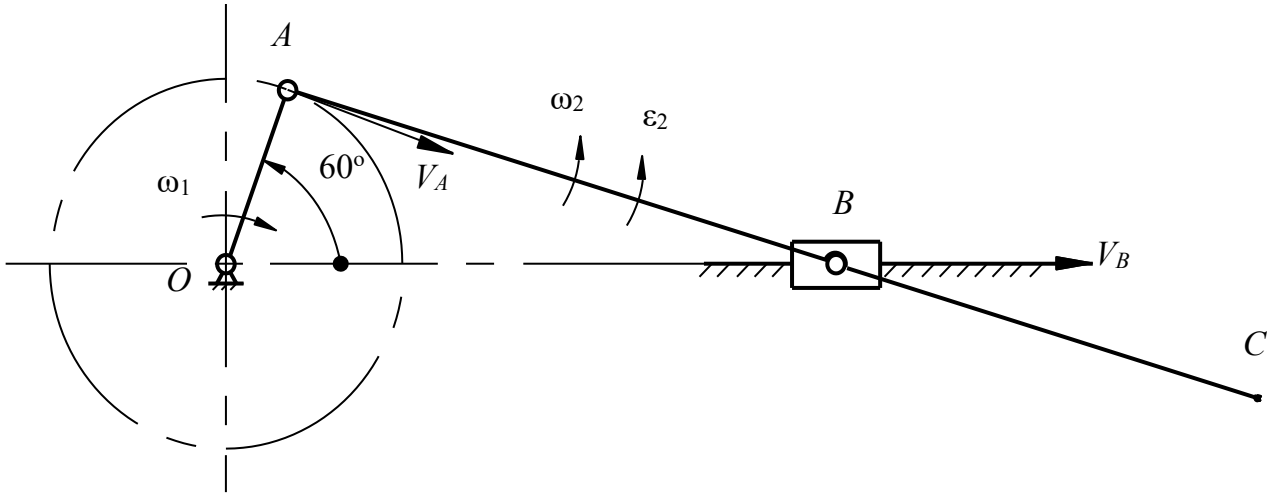
$$bc = (l_{BC} \cdot ab) / l_{AB} = (0{,}06 \cdot 44) / 0{,}13 = 20 \text{ мм}.$$

Откладываем длину отрезка $\overrightarrow{bc}$ = 20 мм от точки *b* на продолжении отрезка *ab* (рис. 15, *в*). Полученную точку ***c*** соединяем с полюсом плана ускорений (точкой π). Вектор $\overrightarrow{\pi c}$ = 24 мм в масштабе плана ускорений соответствует абсолютному ускорению точки *C* принадлежащей шатуну *AB*.

Действительное ускорение точки *C* будет равно

$$a_C = \left| \overrightarrow{\pi c} \right| \cdot \mu_a = 24 \cdot 2{,}0 = 48{,}0 \text{ м/с}^2.$$

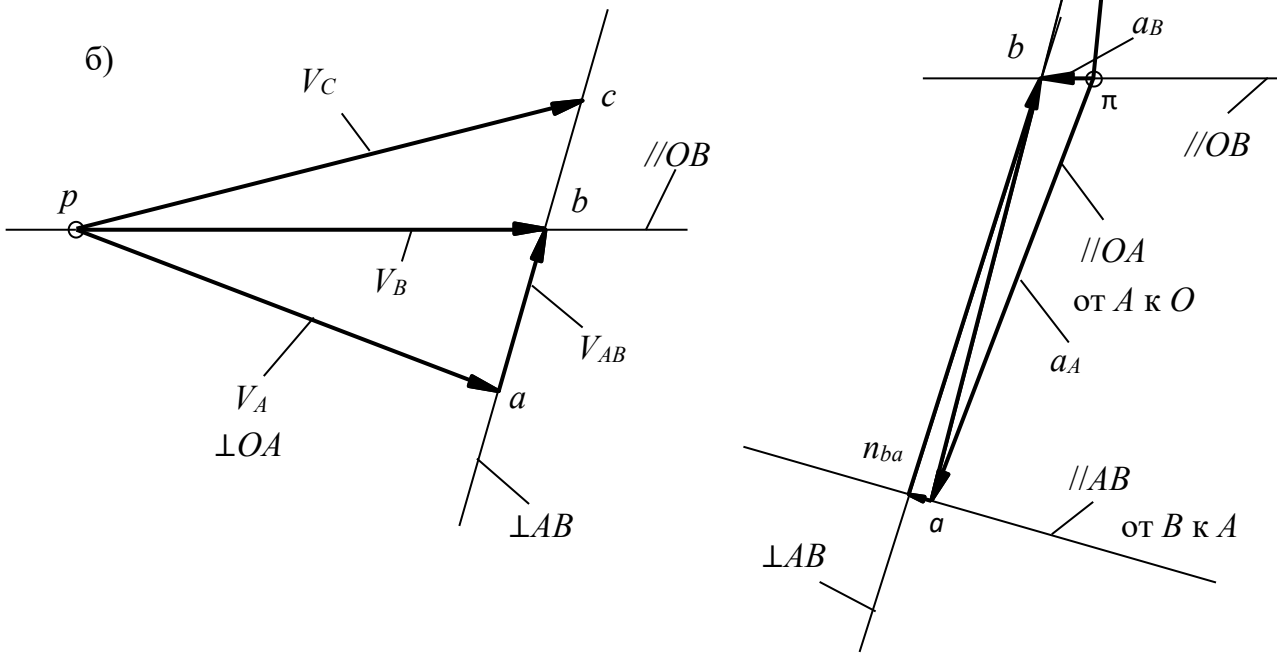
План механизма μ_l = 0,002 м/мм



а)

План скоростей
μ_v = 0,02 (м/с)/мм

План ускорений
μ_a = 2,0 (м/с2)/м



в)

Рис. 15. Планы скоростей и ускорений кривошипно-ползунного механизма в расчетном положении угла φ = 60°